$\forall x \in]-1,0[\cup]0,+\infty[$, $d(x) = \dfrac{x}{\ln(1+x)} - \dfrac{x+2}{2}$

$= \dfrac{2x-(x+2)\ln(1+x)}{2\ln(1+x)} = \left(\dfrac{2x}{x+2} - \ln(1+x)\right)\dfrac{x+2}{2\ln(1+x)}$

Soit $\phi(x) = \dfrac{2x}{x+2} - \ln(1+x)$; $\phi'(x) = \dfrac{2(x+2)-2x}{(x+2)^2} - \dfrac{1}{1+x}$

$\phi'(x) = \dfrac{4}{(x+2)^2} - \dfrac{1}{1+x} = \dfrac{4(1+x)-(x+2)^2}{(1+x)(2+x)^2} = \dfrac{-x^2}{(1+x)(2+x)^2} \leq 0$

x	-1		0		$+\infty$
$\phi'(x)$	‖	$-$	0	$-$	
$\phi(x)$	‖	$(+)$	0	$(-)$	

On a : $d(x) = \dfrac{\phi(x)(x+2)}{2\ln(1+x)}$

x	-1		0		$+\infty$
$x+2$	‖	$+$		$+$	
$2\text{Log}(1+x)$	‖	$-$	0	$+$	
$\phi(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$d(x)$	‖	$-$	‖	$-$	

$\forall x \in]-1,0[\cup]0,+\infty[$, $d(x) < 0$ et par suite (C_f) est au dessous de Δ.

b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\ln(1+x)} = 0$ d'où (C_f) admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe $(O,\vec{i})$.

$\Delta : y = \dfrac{1}{2}x + 1$ tangente à (C_f) au point $(0,1)$.

y